



UNIVERZITET U NIŠU  
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU



# BUKA I VIBRACIJE

- PREZENTACIJA PREDAVANJA -

FIZIČKI KONCEPT VIBRACIJA

**Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.**

**Dr Momir Praščević, red. prof.**

# FIZIČKI KONCEPT VIBRACIJA

## SADRŽAJ

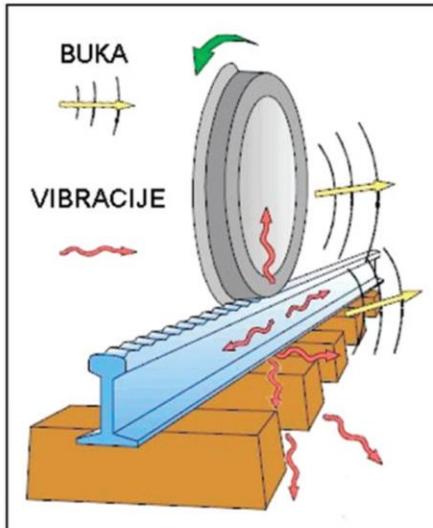
- Definicija vibracija;
- Izvori vibracija;
- Komponente mehaničkog sistema;
- Sile koje se javljaju pri vibracijama;
- Nastajanje vibracija;
- Klase vibracija;
- Osnovne veličine vibracija;
- Nivo vibracija;
- Osnovni deskriptori signala vibracija;
- Tipovi vibracija;
- Stepeni slobode kretanja;
- Harmonijske i neharmonijske vibracije;
- Slaganje kolinearnih sinhronih vibracija.



BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

### - Uvod / Definicija vibracija -



**BUKA I VIBRACIJE**

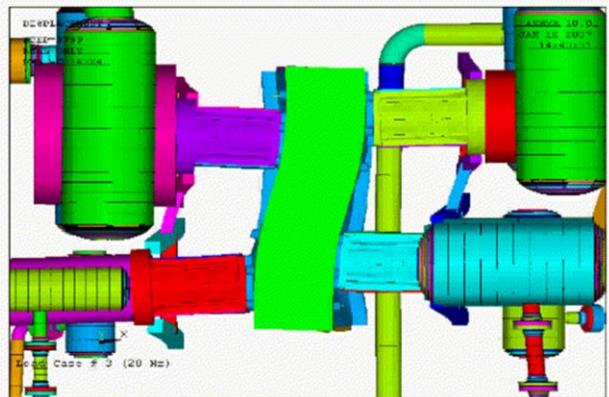
Buka i vibracije su kao fizičke pojave međusobno povezane.

**VIBRACIJE SU UZROK – BUKA JE POSLEDICA.**

Jedan od glavnih načina generisanja buke jesu upravo vibracije tela, mehaničkih sistema ili struktura.

# VIBRACIJE

## - Uvod / Definicija vibracija -



**BUKA I VIBRACIJE**

**OSCILACIJE** u fizičkom smislu predstavljaju promenu vrednosti fizičkih veličina u toku vremena oko neke referentne vrednosti, a koje opisuju mehaničko kretanje pojedinih tela ili čitavog mehaničkog sistema.

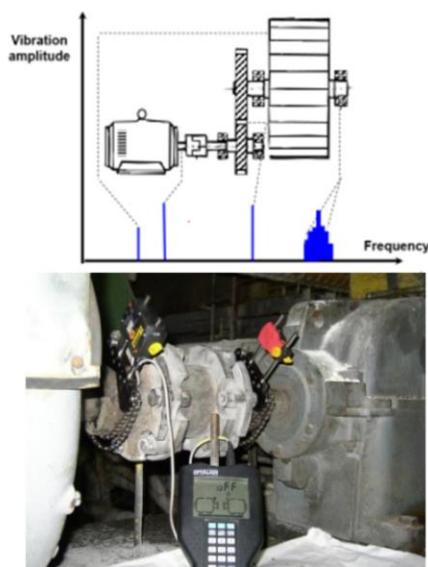
**VIBRACIJE** predstavljaju mehaničko kretanje tela oko ravnotežnog položaja, pri čemu su pomeranja **mala** u poređenju sa dimenzijama tela, a period vibracija znatno manji od vremena u kome se kretanje posmatra.

Vibracije su rezultat dejstva dinamičkih sila kod mašina, kao i kod elemenata za povezivanje delova mašina.

Različiti delovi mašina mogu da vibriraju različitim frekvencijama i amplitudama.

## VIBRACIJE

### - Izvori vibracija -



BUKA I VIBRACIJE

Vibracije tela pobuđuje sila koja se naziva **sila pobude ili pobudna sila**.

Sila pobude, koja dovodi do nastanka vibracija tela, može biti:

- spoljašnja sila ili
- unutrašnja sila (sila koja nastaje u samom telu).

Ponašanje tela tokom vibracionog kretanja je u potpunosti određeno:

- silom pobude,
- pravcем kretanja tela i
- frekvencijom vibracija.

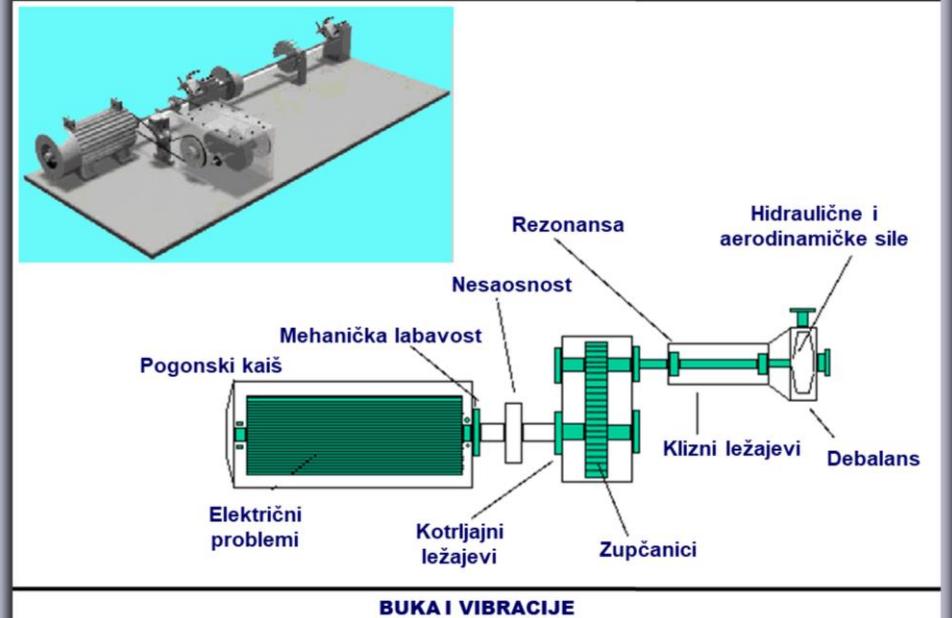
Za određivanje sila pobude se iz tog razloga koristi *analiza vibracija*.

Sile pobude (poremećajne sile) zavise od:

- stanja maštine,
- karakteristika maštine i
- interakcije pojedinih mašinskih delova.

## VIBRACIJE

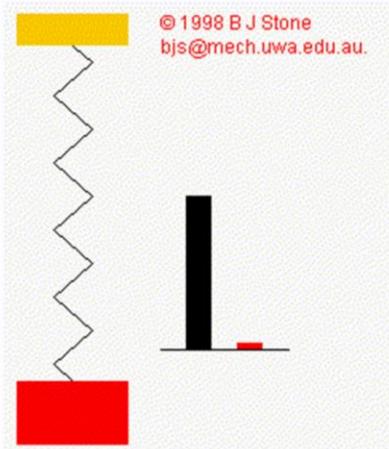
### - Izvori vibracija -



Vibracije ne nastaju same od sebe – uvek postoji uzrok generisanja vibracija (uzrok pobudne sile).

# VIBRACIJE

## - Izvori vibracija -



© 1998 B J Stone  
bjs@mech.uwa.edu.au.

*Kruto telo vezano preko lake  
opruge za čvrsti oslonac*

**BUKA I VIBRACIJE**

Mehanički sistem usled dejstva sila može da vibrira samo ako postoje uslovi za pretvaranje energije iz jednog oblika u drugi.

Kinetička energija kretanja se pretvara u potencijalnu energiju koja se "skladišti" u opruzi, i obrnuto.

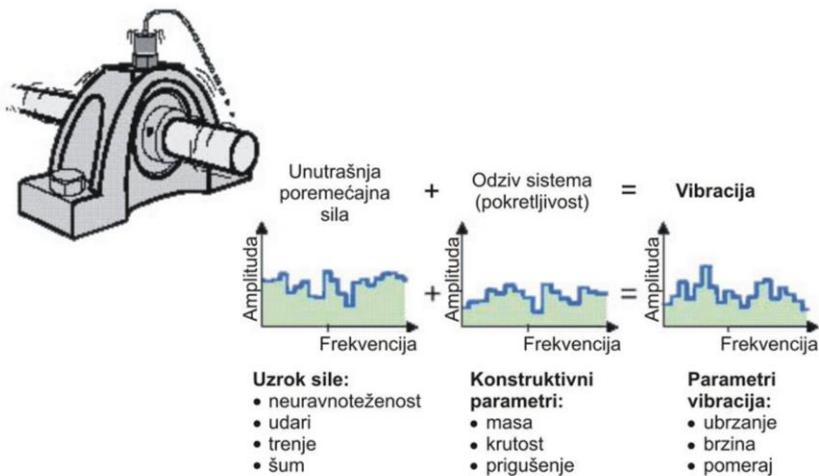
Ukupna energija sistema je ista – kinetička energija tela (crveno) se pretvara u energiju opruge (crno) i obrnuto.

Ako u sistemu ne postoji prigušenje, proces pretvaranja kinetičke u potencijalnu energiju se kontinualno ponavlja - vibracije su harmonijske i amplituda vibracija ostaje sve vreme nepromenjena.

Mehanizmi prigušenja (viskozno prigušenje, trenje, ...) uzrokuju da se vibraciona energija nepovratno gubi, npr. pretvaranjem u toplotnu energiju pri trenju.

## VIBRACIJE

### - Izvori vibracija -



### BUKA I VIBRACIJE

Sistem reaguje na pobudnu (poremečajnu) silu određenim kretanjem zavisno od pokretljivosti sistema, tj. osobina konstruktivnih parametara sistema.

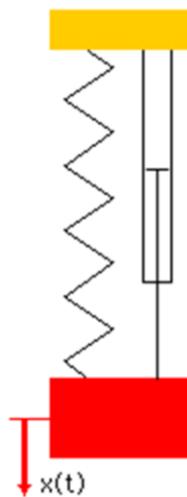
Poznavanje sile i pokretljivosti sistema omogućava izračunavanje vibracija.

## VIBRACIJE

### - Komponente mehaničkog sistema -

Osnovne komponente mehaničkog sistema:

- masa
- opruga
- prigušivač



#### BUKA I VIBRACIJE

Osnovne komponente mehaničkog sistema su: masa, opruga i prigušivač.

Masa krutog tela koje vibrira izražava se u [kg].

Opruga se karakteriše krutošću  $k$  [N/m]. Krutost se definiše kao statička sila koja je potreba da dovede do jediničnog pomerenja opruge.

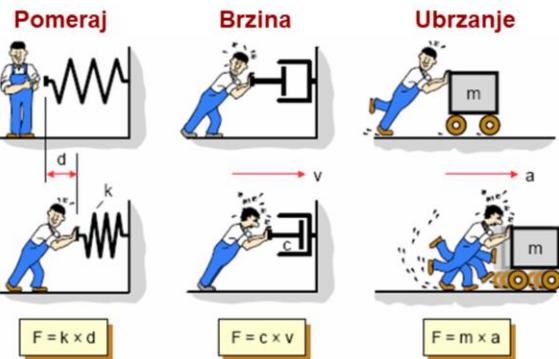
Prigušivač se karakteriše prigušenjem  $c$  [Nm/s]. Prigušenje se definiše kao sila prigušenja po jedinici brzine.

## VIBRACIJE

### - Sile koje se javljaju pri vibracijama -

Dejstvo konstantne sile  $F$  na komponente sistema ima za posledicu:

- ➡ konstantni pomeraj  $d$  opruge krutosti  $k$ ;
- ➡ konstantnu brzinu  $v$  prigušivača prigušenja  $c$ ;
- ➡ konstantno ubrzanje  $a$  mase  $m$ .



### BUKA I VIBRACIJE

Dejstvo konstantne sile  $F$  na komponente sistema ima za posledicu:

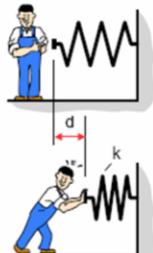
- konstantni pomeraj  $d$  opruge krutosti  $k$ ;
- konstantnu brzinu  $v$  prigušivača prigušenja  $c$ ;
- konstantno ubrzanje  $a$  mase  $m$ .

## VIBRACIJE

### - Sile koje se javljaju pri vibracijama -

Sile koje se javljaju pri vibracijama mase mehaničkog sistema:

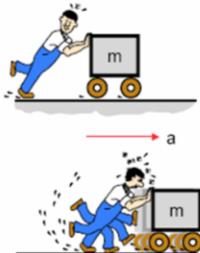
- **Sila elastičnosti** - proporcionalna pomeraju tela



- **Sila prigušenja** - proporcionalna brzini kretanja tela



- **Sila inercije** - proporcionalna ubrzaju telo



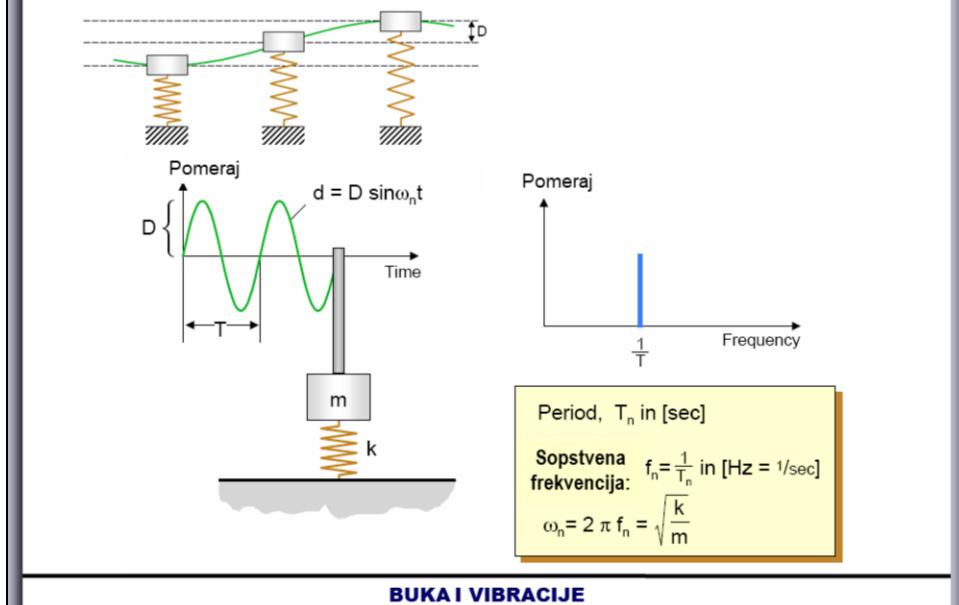
### BUKA I VIBRACIJE

Sile koje se javljaju pri vibracijama mase mehaničkog sistema:

- **Sila elastičnosti** - proporcionalna pomeraju tela;
- **Sila prigušenja** - proporcionalna brzini kretanja tela;
- **Sila inercije** - proporcionalna ubrzaju telo.

## VIBRACIJE

### - Nastajanje vibracija -



Kada se telo izvede iz ravnoteže (sabije se opruga), sila elastičnosti opruge teži da vrati telo u prvobitni (ravnotežni) položaj.

Po dolasku u ravnotežni položaj, telo pod dejstvom sile inercije nastavlja da se kreće do trenutka kada je opruga maksimalno rastegnuta. Tada sila elastičnosti opruge ponovo dejstvuje, ali u suprotnom smeru.

Proces se ponavlja, što dovodi do oscilatornog kretanja tela - vibracija na sopstvenoj frekvenciji sistema koja zavisi od osobina (parametara) sistema - mase krutog tela i krutosti opruge.

Energija sistema masa-opruga je tokom vibracija ista (konstantna), pri čemu kinetička energija, kao posledica kretanja tela, neprestano prelazi u potencijalnu energiju, kao posledicu sabijanja i rastezanja opruge, i obrnuto.

U ravnotežnom položaju je kinetička energija maksimalna, a potencijalna energija je jednaka nuli.

Na maksimalnom rastojanju od ravnotežnog položaja je potencijalna energija maksimalna, a kinetička energija je jednaka nuli.

Period vibracija  $T$  [s] predstavlja vreme koje je potrebno da telo izvrši jednu punu vibraciju.

Frekvencija vibracija  $f$  [Hz] predstavlja broj izvršenih vibracija tela u jedinici vremena.

Elongacija (pomeraj)  $d$  [m] predstavlja rastojanje tela od ravnotežnog položaja.

Amplituda  $D$  [m] predstavlja maksimalni pomeraj.

## VIBRACIJE

### - Klase vibracija -

Zavisno od toga šta dovodi do vibracija, postoje dve opšte klase vibracija:

- Slobodne vibracije i
- Prinudne vibracije.

Slobodne i prinudne vibracije mogu biti *prigušene* i *neprigušene*.



#### BUKA I VIBRACIJE

Zavisno od toga šta dovodi do vibracija, postoje dve opšte klase vibracija:

- Slobodne vibracije i
- Prinudne vibracije.

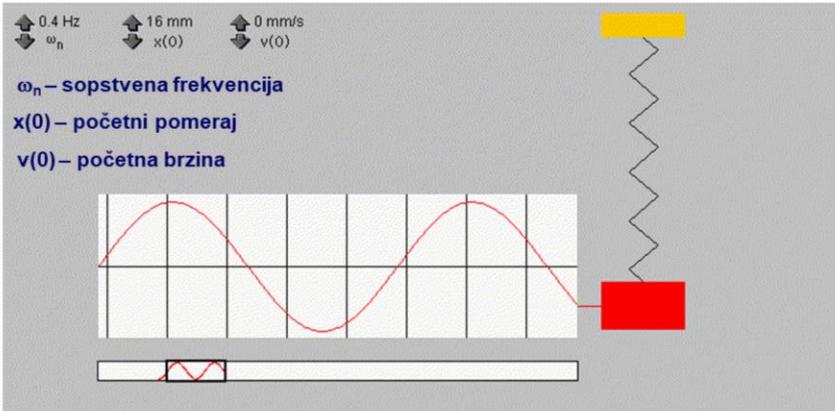
Slobodne i prinudne vibracije mogu biti *prigušene* i *neprigušene*.

Slobodne vibracije nastaju kada se sistem izvede iz ravnotežnog položaja usled početnog pomeraja i/ili početne brzine i nakon toga se ostavi da vibrira. Sila pobude ne postoji.

# VIBRACIJE

## - Klase vibracija -

### Slobodne neprigušene vibracije

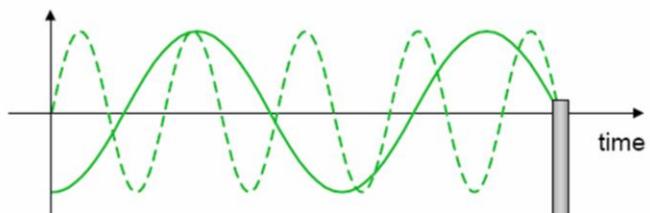


### BUKA I VIBRACIJE

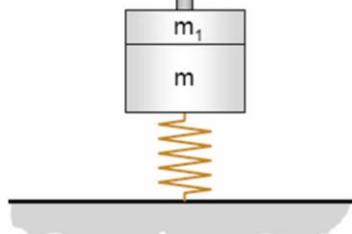
Slobodne neprigušene vibracije - sistem vibrira *konstantnom* amplitudom na *jednoj* frekvenciji - sopstvenoj frekvenciji.

## VIBRACIJE

- Klase vibracija -



$$\omega_n = 2\pi f_n = \sqrt{\frac{k}{m+m_1}}$$



### BUKA I VIBRACIJE

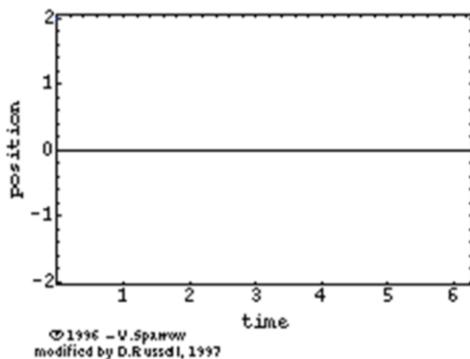
Povećanje mase u slučaju **slobodnih neprigušenih vibracija** dovodi do povećanja perioda oscilovanja, odnosno do smanjenja frekvencije. Amplituda ostaje ista.

## VIBRACIJE

### - Klase vibracija -

Crno telo ima najveću masu - najmanju frekvenciju.

Plavo telo ima najmanju masu - najveću frekvenciju.



**BUKA I VIBRACIJE**

# VIBRACIJE

## - Klase vibracija -

### Slobodne prigušene vibracije



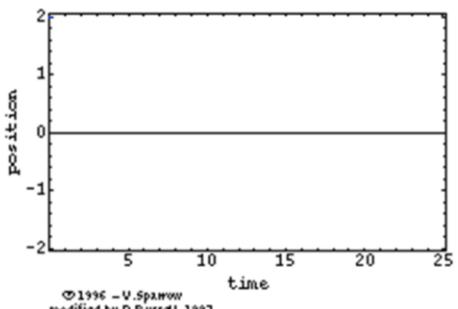
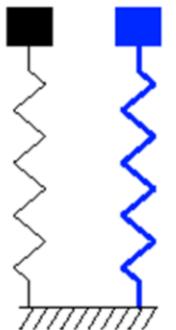
### BUKA I VIBRACIJE

Amplituda vibracija se kod slobodnih prigušenih vibracija postepeno smanjuje i nakon određenog vremena vibracije potpuno nestaju.

Sistem vibrira frekvencijom koja se neznatno razlikuje od sopstvene frekvencije neprigušenog sistema.

# VIBRACIJE

- Klase vibracija -

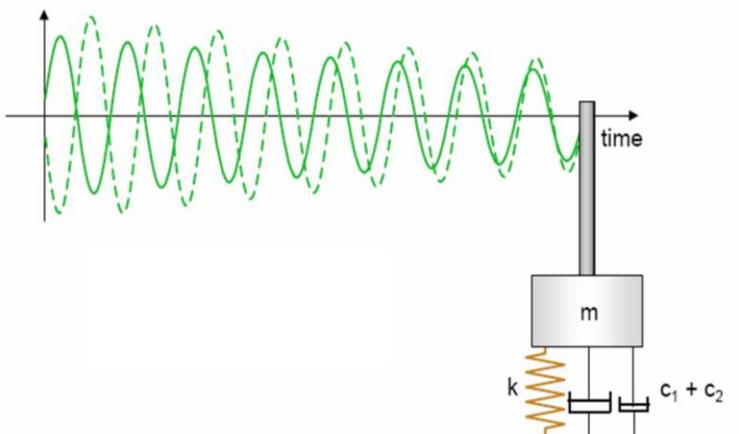


Slobodne neprigušene i prigušene oscilacije

BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

- Klase vibracija -



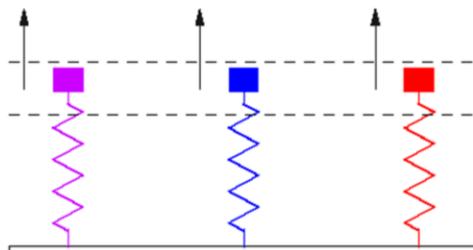
### BUKA I VIBRACIJE

Dodavanjem prigušivača se u slučaju **slobodnih prigušenih vibracija** dodatno smanjuje amplituda vibracija sa vremenom i neznatno menja frekvencija vibracija.

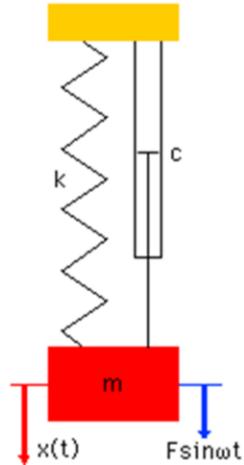
## VIBRACIJE

### - Klase vibracija -

Usled dejstva neke spoljašnje sile nastaju **prinudne vibracije**.



Zavisnost frekvencije vibracija tela od frekvencije spoljašnje (prinudne) sile



### BUKA I VIBRACIJE

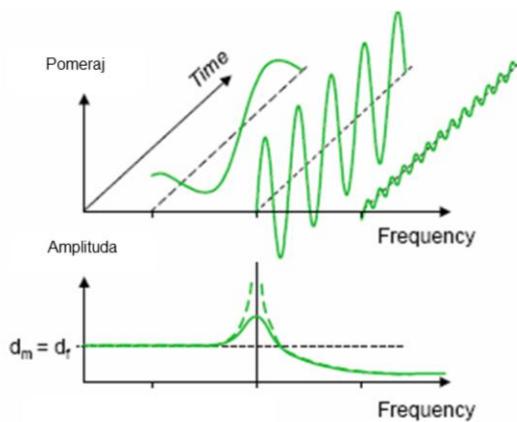
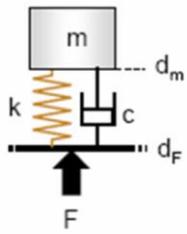
Ako se kod sistema sa prigušenjem želi održavanje amplitude vibracija, neophodno je primeniti spoljašnju silu koja će nadoknađivati gubitak energije usled prigušenja.

Usled dejstva spoljašnje sile nastaju **prinudne vibracije**.

Frekvencija vibracija sistema zavisi od frekvencije spoljašnje pobudne sile.

## VIBRACIJE

### - Klase vibracija -



#### BUKA I VIBRACIJE

Ukoliko se na sistem dejstvuje spoljašnjom sinusoidalnom silom, sistem će pratiti silu, što znači da će kretanje sistema imati istu frekvenciju kao i spoljašnja sinusoidalna sila.

Ukoliko je frekvencija prinudne sile manja od sopstvene frekvencije, amplituda vibracionog sistema će se povećavati sa porastom frekvencije prinudne sile.

Maksimalna amplituda se postiže pri frekvenciji sile jednakoj sopstvenoj frekvenciji. Ukoliko u sistemu ne postoji prigušivač ( $c = 0$ ), amplituda dostiže beskonačnu vrednost.

## VIBRACIJE

- Klase vibracija -



BUKA I VIBRACIJE

Ako se frekvencija pobude (spoljašnje poremećajne sile) poklopi sa sopstvenom frekvencijom sistema, dolazi do **rezonanse**.

# VIBRACIJE

## - Klase vibracija -

$\omega_n$  – sopstvena frekvencija  
 $\xi$  – odnos prigušenja

$\omega$  – prinudna frekvencija  
 $F$  – prinudna sila



*Prinudne vibracije*

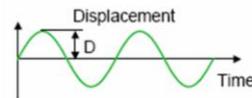
**BUKA I VIBRACIJE**

# VIBRACIJE

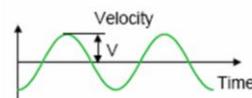
## - Osnovne veličine vibracija -

Osnovne veličine koje se koriste za merenje i opisivanje vibracija:

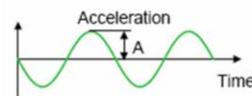
◆ pomeraj  $d$  [m]



◆ brzina  $v$  [m/s]



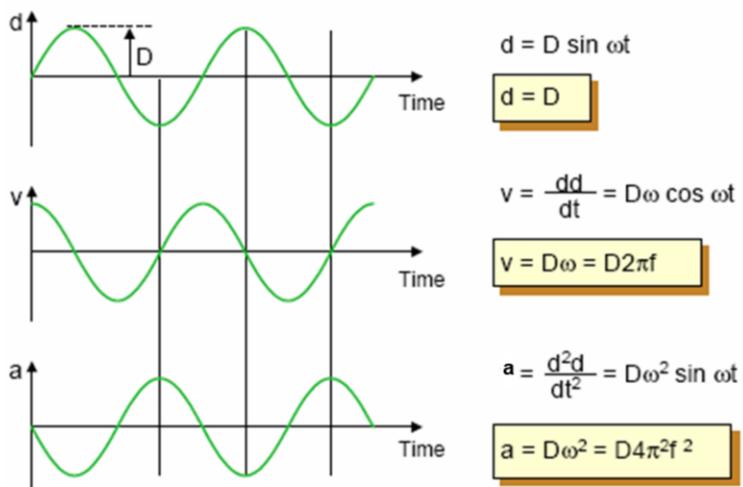
◆ ubrzanje  $a$  [m/s<sup>2</sup>]



**BUKA I VIBRACIJE**

## VIBRACIJE

### - Osnovne veličine vibracija -



$$d = D \sin \omega t$$

$$d = D$$

$$v = \frac{dd}{dt} = D\omega \cos \omega t$$

$$v = D\omega = D2\pi f$$

$$a = \frac{d^2d}{dt^2} = D\omega^2 \sin \omega t$$

$$a = D\omega^2 = D4\pi^2 f^2$$

### BUKA I VIBRACIJE

Pomeraj, brzina i ubrzanje tela koje vrši vibraciono kretanje su usko povezani.

Pri harmonijskom kretanju, oblik i period signala ostaju isti za sve tri veličine.

Osnovna razlika je u postojanju fazne razlike između vremensko-amplitudnih karakteristika ove tri veličine.

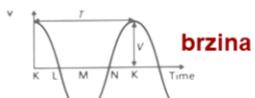
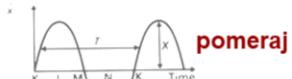
Ukoliko je poznat pomeraj (zakon kretanja) tela, ostale dve veličine se mogu odrediti diferenciranjem ovog izraza - jednostrukim ili dvostrukim.

Ako se ignoriše fazna razlika (kao što je uobičajeno), brojne vrednosti amplituda brzine i ubrzanja se mogu odrediti jednostavnim množenjem.

# VIBRACIJE

## - Osnovne veličine vibracija -

- Objasnjenje fazne razlike kod prostog harmonijskog kretanja:



**K:** pomeraj nula, brzina max, ubrzanje nula;

**K-L:** pomeraj raste, brzina opada, ubrzanje opada;

**L:** pomeraj max, brzina nula, usporenje max;

**L-M:** pomeraj se smanjuje, brzina se povećava u drugom smeru, ubrzanje raste;

**M:** pomeraj nula, brzina max u drugom smeru, ubrzanje nula;

**M-N:** pomeraj raste, brzina opada, ubrzanje raste

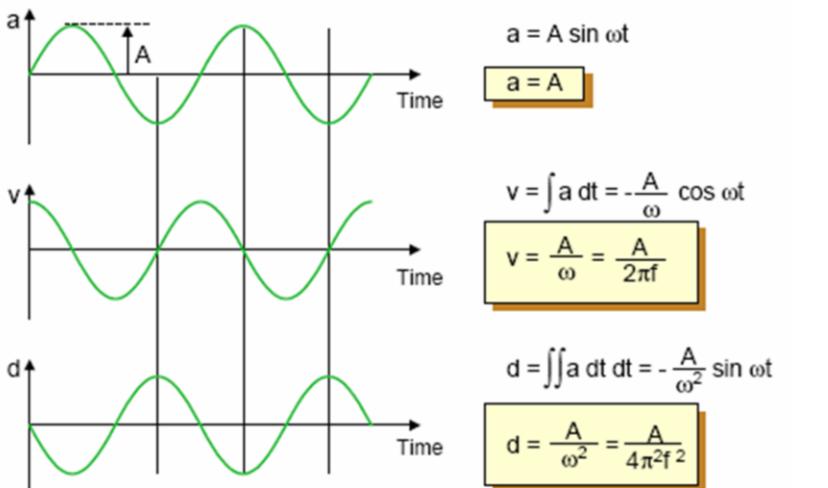
**N:** pomeraj max, brzina nula, ubrzanje max

**N-K:** pomeraj se smanjuje, brzina se povećava, ubrzanje opada

**BUKA I VIBRACIJE**

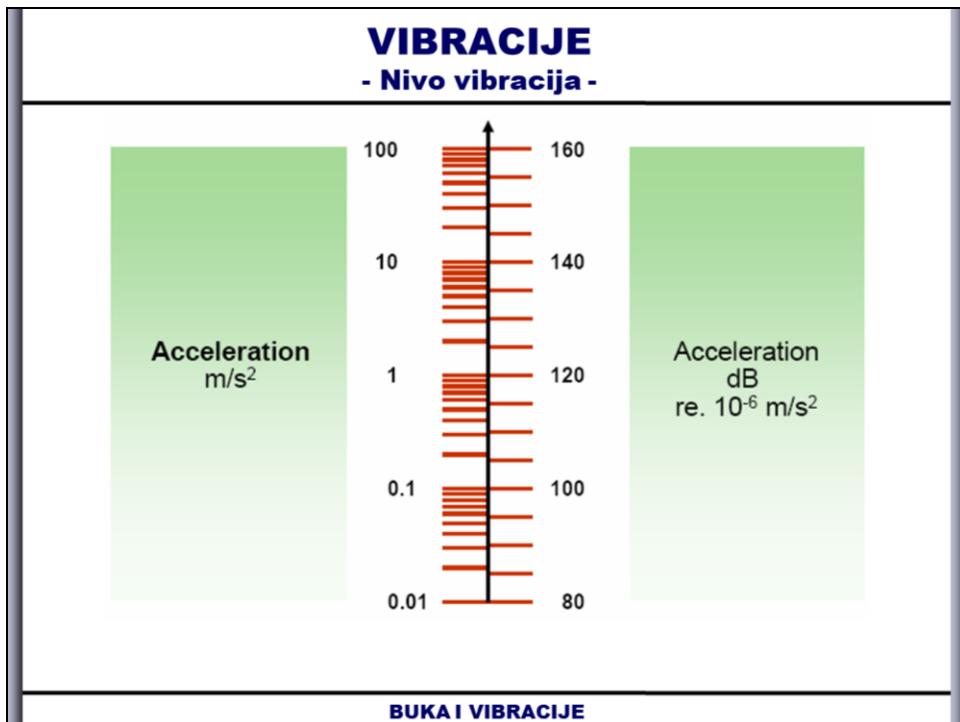
## VIBRACIJE

### - Osnovne veličine vibracija -



### BUKA I VIBRACIJE

Ukoliko je poznato ubrzanje tela, druge dve veličine se mogu odrediti jednostrukim ili dvostrukim integraljenjem signala ubrzanja.



Ljudsko telo reaguje na vibracije **logaritamski** - osećaj vibracija je proporcionalan logaritmu pobude.

Za upoređivanje i merenje nivoa vibracija se zbog toga koristi **logaritamska skala**.

**dB skala** značajno redukuje numeričke vrednosti koje se koriste za definisanje veličina vibracija.

## VIBRACIJE

### - Nivo vibracija -

► Nivo veličina za opisivanje vibracije se definiše kao:

$$L_a = 20 \log \frac{a}{a_0} \quad L_v = 20 \log \frac{v}{v_0} \quad L_\xi = 20 \log \frac{\xi}{\xi_0}$$

► Jedinica za nivo bilo koje fizičke veličine je dB.

► Referentne vrednosti:

$$a_0 = 10^{-6} \text{ [m/s}^2\text{]} = 1 \text{ [\mu m/s}^2\text{]}$$

$$v_0 = 10^{-9} \text{ [m/s]} = 1 \text{ [nm/s]}$$

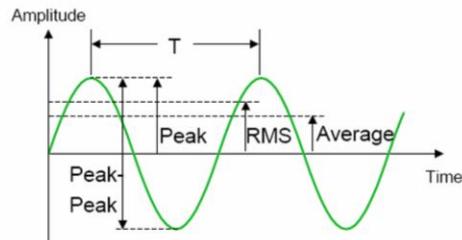
$$\xi_0 = 10^{-12} \text{ [m]} = 1 \text{ [pm]}$$

**BUKA I VIBRACIJE**

## VIBRACIJE

### - Osnovni deskriptori signala vibracija -

Signal vibracija (a, v ili d) se može opisati primenom različitih veličina:



$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

Efektivna vrednost  
RMS

$$\text{Average} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

Srednja  
vrednost

$$\text{Crest Factor : } \frac{\text{Peak}}{\text{RMS}}$$

Krest faktor

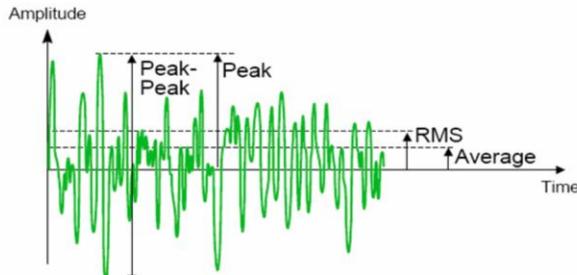
*Prostoperiodični (harmonijski) signal*

BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

### - Osnovni deskriptori signala vibracija -

Isti deskriptori se koriste i za složene signale sa više prostoperiodičnih komponenata.



$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$$

Efektivna vrednost  
RMS

$$Average = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

Srednja  
vrednost

$$\text{Crest Factor : } \frac{\text{Peak}}{\text{RMS}}$$

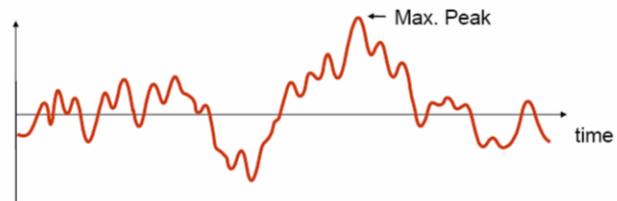
Krest faktor

Složeni signal sa više prostoperiodičnih komponenata

BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

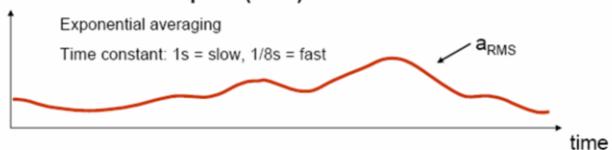
### - Osnovni deskriptori signala vibracija -



Root Mean Square (RMS):

Exponential averaging

Time constant: 1s = slow, 1/8s = fast



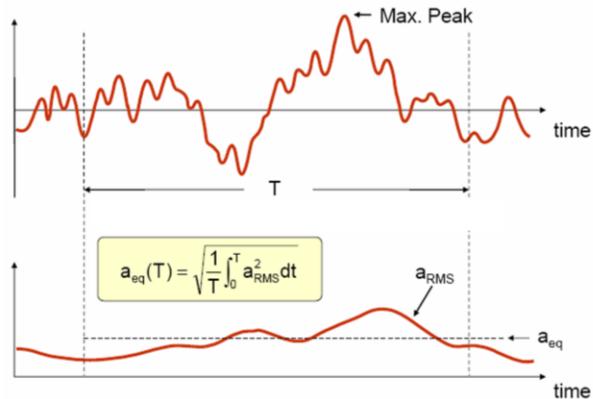
► Efektivna vrednost (RMS) opisuje energijski sadržaj, odnosno srednju vrednost energije vibracionog signala.

Određuje se korišćenjem vremenskih konstanti *fast* (1/8 s) i *slow* (1 s).

**BUKA I VIBRACIJE**

## VIBRACIJE

### - Osnovni deskriptori signala vibracija -

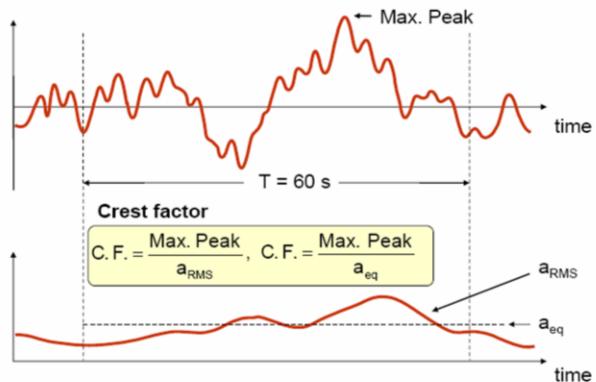


► Ekvivalentna vrednost ubrzanja  $a_{eq}$  - konstantna vrednost ubrzanja koja u nekom vremenskom intervalu  $T$  ima istu vrednost energije kao i efektivna vrednost ubrzanja.

BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

### - Osnovni deskriptori signala vibracija -



→ Krest faktor (CF) je bezdimenzionalna veličina koja opisuje talasni oblik signala i ukazuje na pojavu pikova u signalu.

CF = 1.41 za sinusni signal ;

CF = 1.0 za jednosmerni signal.

**BUKA I VIBRACIJE**

# VIBRACIJE

## - Tipovi vibracija -

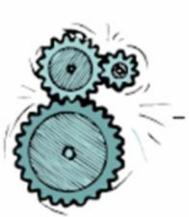
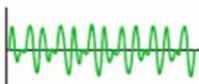
Stationary signals



Non-stationary signals



Deterministic



Random



Continuous



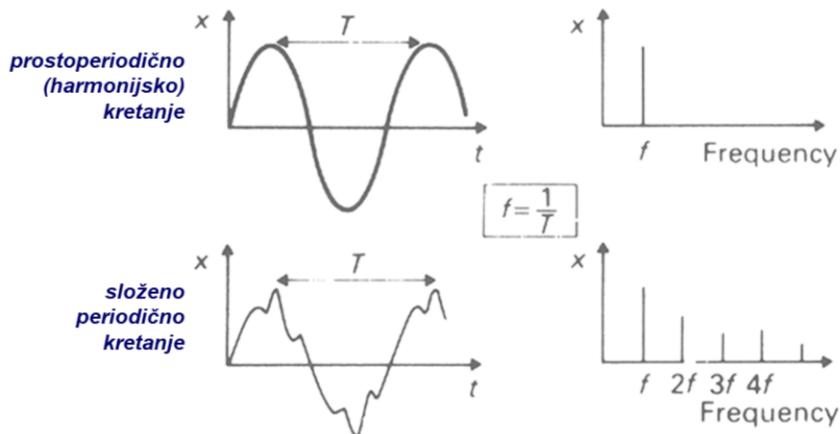
Transient



BUKA I VIBRACIJE

## VIBRACIJE

### - Tipovi vibracija -



### BUKA I VIBRACIJE

Kod stacionarnih vibracija se statističke karakteristike vibracija (npr. efektivna vrednost pomeraja) ne menjaju sa vremenom, dok se kod nestacionarnih vibracija menjaju.

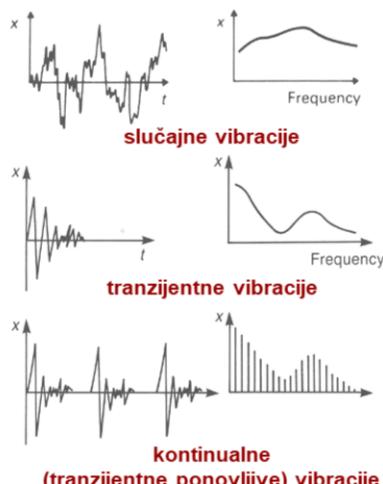
Kod determinističkih (periodičnih) vibracija se kretanje ponavlja posle izvesnog vremena koje se zove *period vibracija*.

Kod prostoperiodičnog (harmonijskog) kretanja su promene sa vremenom sinusoidalne; frekvencijski spektar ima jednu komponentu.

Složeno periodično kretanje je kombinacija različitih prostoperiodičnih kretanja; frekvencijski spektar sadrži više komponenata.

# VIBRACIJE

## - Tipovi vibracija -



### BUKA I VIBRACIJE

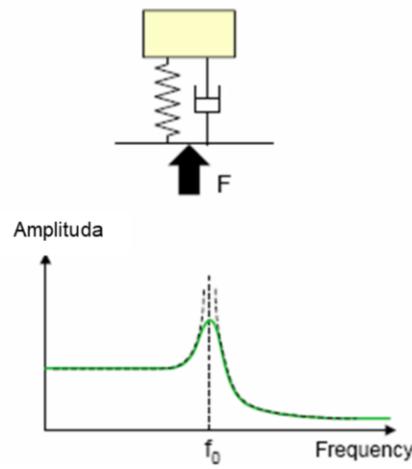
Slučajne vibracije se nikada ne dešavaju na isti način. Mogu biti *stacionarne* i *nestacionarne*. Frekvenčijski spektar je kontinualan – širokopojasan.

Tranzidentne vibracije (udari) sadrže jedan impuls sa izraženim vrednostima veličina koje opisuju vibracije, nakon čega te vrednosti opadaju na nulu.

Kontinualne vibracije sadrže niz tranzidentnih vibracija.

## VIBRACIJE

### - Stepeni slobode kretanja -



#### BUKA I VIBRACIJE

Broj nezavisnih koordinata koji je potreban za opisivanje kretanja sistema naziva se **stepen slobode kretanja**.

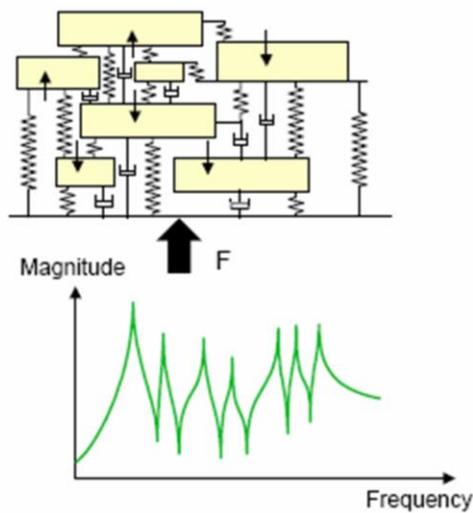
Sistem koji se sastoji od jedne mase, opruge i prigušivača, naziva se **sistem sa jednim stepenom slobode**.

Sistem se može kretati *samo u jednom pravcu* i potrebna je *samo jedna koordinata* za opisivanje tog kretanja.

Frekvencijski spektar ima samo jedan pik (vrh) na sopstvenoj frekvenciji.

## VIBRACIJE

### - Stepeni slobode kretanja -



BUKA I VIBRACIJE

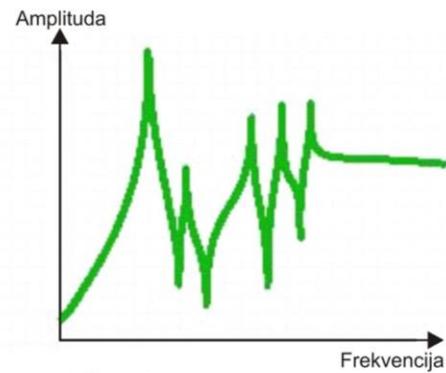
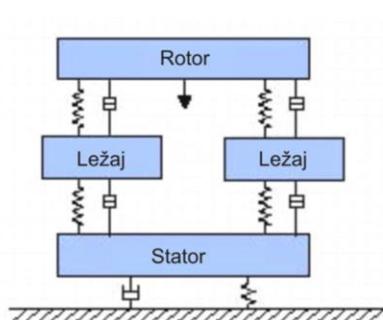
Ukoliko se mehanički sistem sastoji od više međusobno povezanih masa, opruga i prigušivača, ili, ukoliko se sistem kreće u više od jednog pravca, radi se o **sistemu sa više stepeni slobode kretanja**.

Frekvenčijski spektar će imati po jedan vrh za svaki stepen slobode kretanja.

Većina realnih sistema su sistemi sa više stepena slobode kretanja.

## VIBRACIJE

### - Stepeni slobode kretanja -



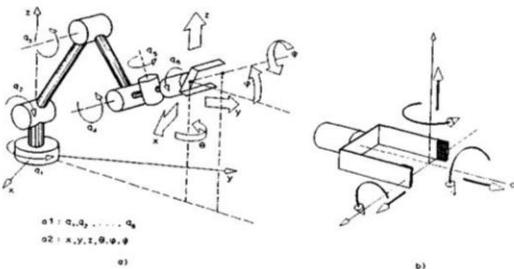
*Rotor u sprezi sa ležajevima*

## BUKA I VIBRACIJE

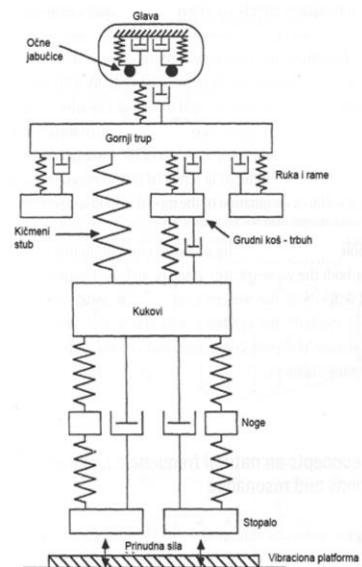
I jednostavni sistemi su u većini slučajeva sistemi sa više stepeni slobode kretanja.

## VIBRACIJE

### - Stepeni slobode kretanja -



Stepeni slobode kretanja zgloba

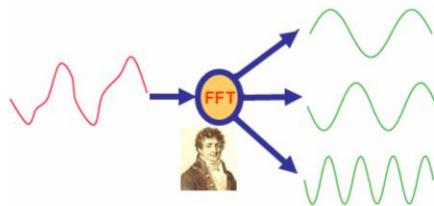


BUKA I VIBRACIJE

Ljudsko telo predstavlja sistem sa više stepena slobode kretanja.

# VIBRACIJE

## - Harmonijske vibracije -



**BUKA I VIBRACIJE**

Vibracije su po svojoj prirodi *periodična kretanja* - kretanja koja se ponavljaju nakon određenog vremena koje se naziva period.

Složeno periodično kretanje se može posmatrati kao zbir prostih periodičnih kretanja.

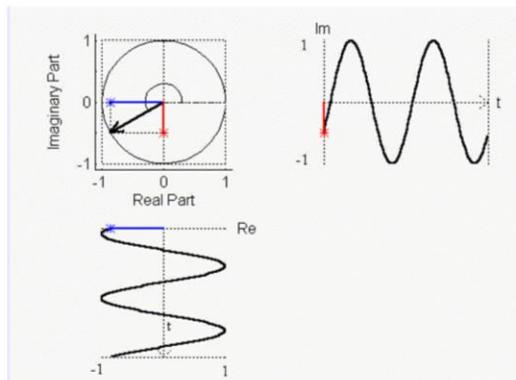
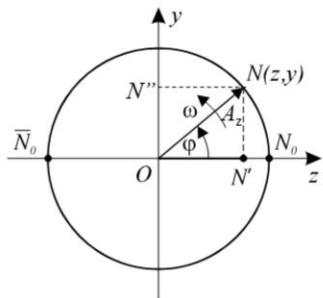
Matematičke tehnike i alati omogućuju da se složeni vibracioni signal rastavi na proste komponente čije se amplitude određuju nakog toga.

Primenom matematičkog alata - Furijeove transformacije moguće je bilo koji periodični signal rastaviti na proste oscilatorne funkcije - sinusnu ili kosinusnu sa različitim periodima.

U frekvencijskom domenu se dobija niz komponenata na različitim frekvencijama (donja slika). Svaka komponenta odgovara sinusnoj funkciji različite frekvencije.

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -



#### BUKA I VIBRACIJE

Najjednostavniji oblik vibracija ili periodičnog kretanja se naziva **harmonijska vibracija** ili **harmonijsko kretanje**.

Predstavlja kretanje mase u jednom pravcu, kontrolisano jednom oprugom, pri čemu su amplituda pomeraja i frekvencija vibracija za sve vreme kretanja konstantni.

#### Objašnjenje harmonijskog kretanja:

Posmatra se kretanje materijalne tačke N po krugu poluprečnika ON =  $A_z$ . Kretanje se posmatra u z-y koordinatnoj ravni.

Ako se tačka N(z,y) kreće po krugu ugaonom brzinom  $\omega$ , tada se horizontalna projekcija N' kreće po horizontalnoj osi z između tačaka  $N_0$  i  $N_{0\text{ nadvučeno}}$  (**plava linija na desnom dijagramu**).

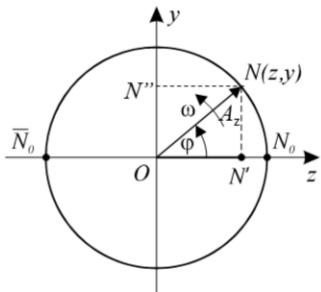
Vertikalna projekcija N'' se istovremeno kreće po vertikalnoj osi (**crvena linija na desnom dijagramu**).

I horizontalna i vertikalna projekcija tačke N izvode harmonijsko kretanje.

Harmonijska kretanja projekcija su ortogonalna – kretanja u međusobno upravnim pravcima.

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -



$$|\vec{r}| = \overline{ON} = A_z$$

$$\varphi = \omega t$$

$\varphi$  [rad] - fazni stav (faza);  
 $\omega$  [rad/s] - ugaona (kružna) frekvencija;

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \text{const.}$$

#### BUKA I VIBRACIJE

Tačka N izvodi kružno kretanje i njen položaj na krugu određen je vektorom položaja stalnog modula  $|\vec{r}|$ .

Vektor položaja  $r$  gradi sa z-osom ugao  $\varphi$ .

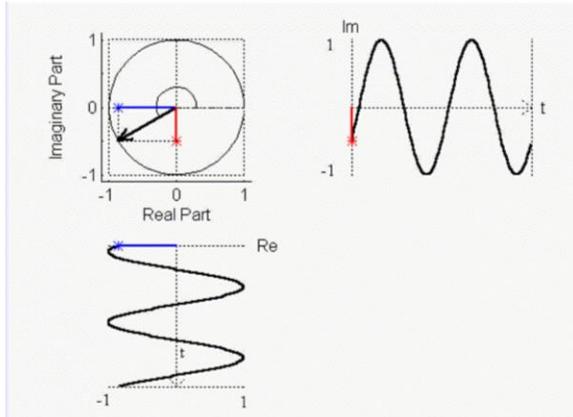
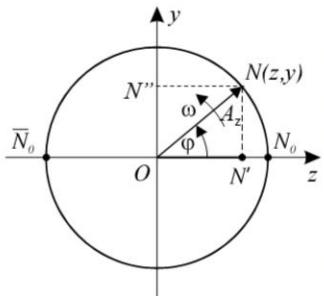
Kretanje tačke N se ponavlja periodično nakon  $2\pi$  radijana, tako da je  $\omega=2\pi f$ .

Kod harmonijskog kretanja važi da je  $\omega=\text{const.}$

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -

$$z(t) = \overline{ON'}$$



#### BUKA I VIBRACIJE

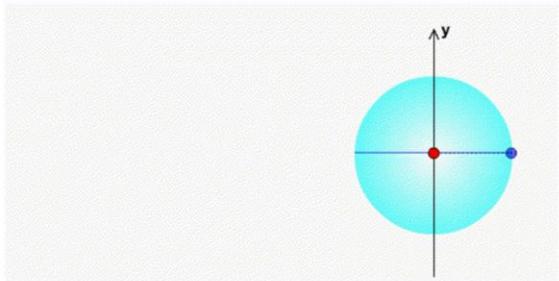
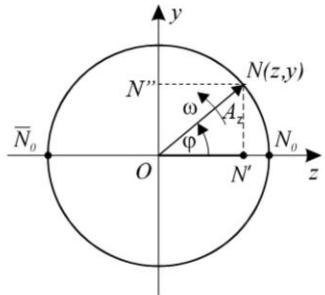
Tačka N' izvodi harmonijsko pravolinsko kretanje oko centra oscilovanja O.

Njen položaj je određen koordinatom  $z(t)$  kao funkcijom vremena koja predstavlja elongaciju (pomeraj) tačke N' u odnosu na centar oscilovanja (ravnotežni položaj).

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -

$$y(t) = \overline{ON''}$$



**BUKA I VIBRACIJE**

Tačka N'' takođe izvodi harmonijsko pravolinijsko kretanje oko centra oscilovanja 0.

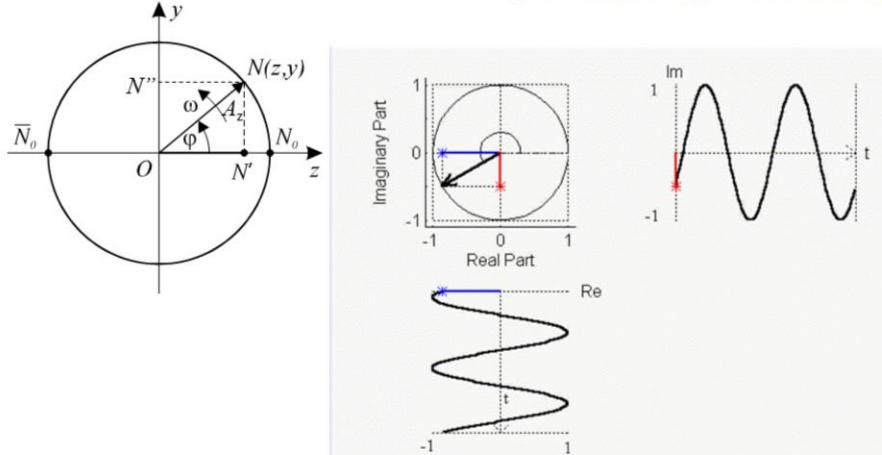
Njen položaj je određen kordinatom  $y(t)$  kao funkcijom vremena koja predstavlja elongaciju (pomeraj) tačke N'' u odnosu na centar oscilovanja (ravnotežni položaj).

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -

$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$

$\varphi_0$  – početna faza  
(početni ugao ili početni fazni stav)



**BUKA I VIBRACIJE**

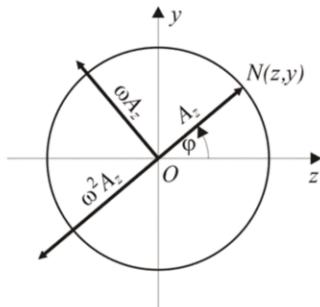
Ako se elongacija tačke N' preslika na vremenski dijagram, dobija se prostoperiodična funkcija  $z(t)$  koja u svakom trenutku definiše položaj tačke N'.

## VIBRACIJE

### - Harmonijske vibracije -

**Pomeraj:**

$$z(t) = A_z \cos \varphi = A_z \cos(\omega t - \varphi_0)$$



**Brzina:**

$$v(t) = \dot{z}(t) = -\omega A_z \sin(\omega t - \varphi_0) = -A_v \sin(\omega t - \varphi_0) = A_v \cos(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$$

**Ubrzanje:**

$$a(t) = \ddot{z}(t) = -\omega^2 A_z \cos(\omega t - \varphi_0) = -A_a \cos(\omega t - \varphi_0) = A_a \cos(\omega t - \varphi_0 + \pi)$$

**BUKA I VIBRACIJE**

Ostale kinematske veličine se dobijaju na osnovu veza koje važe između njih: brzina predstavlja prvi, a ubrzanje drugi izvod pomeraja (pređenog puta) po vremenu.

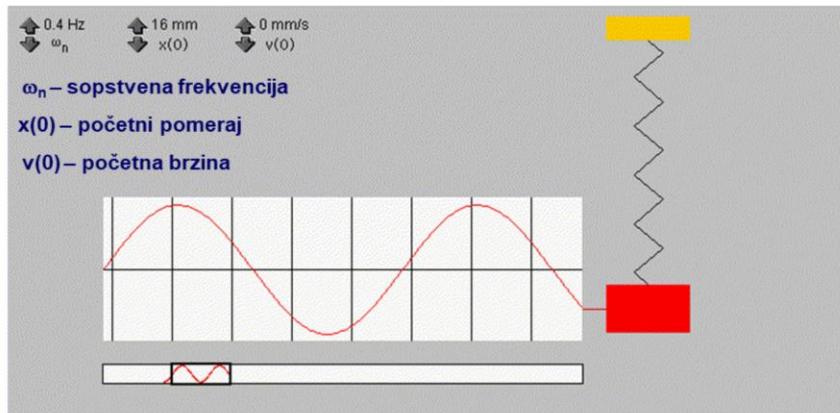
Brzina se može predstaviti horizontalnom projekcijom vektora brzine, modula  $A_v$ , koji rotira ugaonom brzinom  $\omega$  ali za ugao  $\pi/2$  ispred vektora pomeraja.

Ubrzanje se može predstaviti horizontalnom projekcijom vektora ubrzanja, modula  $A_a$ , koji rotira ugaonom brzinom  $\omega$ , ali za ugao  $\pi$  ispred vektora pomeraja.

# VIBRACIJE

## - Harmonijske vibracije -

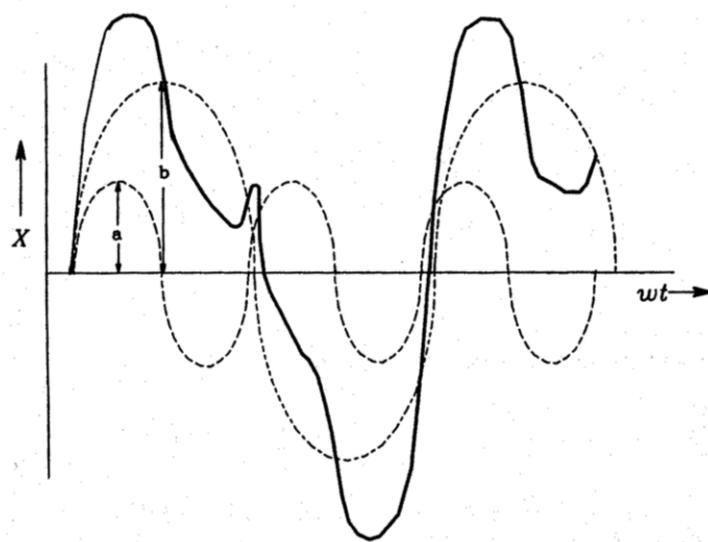
Primer harmonijskih vibracija: slobodne vibracije bez prigušenja



**BUKA I VIBRACIJE**

## VIBRACIJE

### - Neharmonijske vibracije -



BUKA I VIBRACIJE

Vibracije mogu biti i neperiodična kretanja ili kretanja koja se ne ponavljaju nakon određenog perioda.

Kod mnogih mašinskih sistema postoje mnogi izvori vibracija čiji vibracioni profili nisu harmonijski.

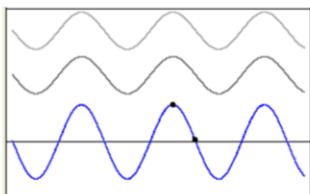
Zbir dva harmonijska kretanja (isprekidana linija) rezultira neharmonijskim kretanjem (puna linija).

## VIBRACIJE

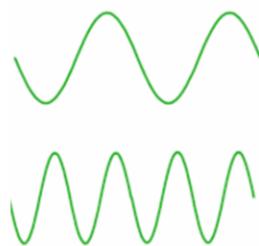
### - Slaganje kolinearnih sinhronih vibracija -

#### kolinearne vibracije

sinhrone vibracije



asinhrone vibracije



**BUKA I VIBRACIJE**

Kolinearne vibracije su vibracije u istom pravcu. Mogu da budu sinhrone i asinhrone.

Sinhrone vibracije su vibracije istih frekvencija.

Asinhrone vibracije su vibracije različitih frekvencija.

## **VIBRACIJE**

### **- Slaganje kolinearnih sinhronih vibracija -**

Dve i više sinhronih kolinearnih vibracija, različitih amplituda i pomeranja faza:

$$z_1(t) = A_{z_1} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$z_2(t) = A_{z_2} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

⋮

$$z_n(t) = A_{z_n} \cos(\omega t + \varphi_n),$$

mogu se složiti u jednu kolinearnu vibraciju oblika:

$$z(t) = A_z \cos(\omega t + \theta)$$

$$A_z = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}, \quad K_1 = \sum_{i=1}^n A_{z_i} \cos \varphi_i, \quad K_2 = \sum_{i=1}^n A_{z_i} \sin \varphi_i, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{K_2}{K_1}$$

**BUKA I VIBRACIJE**

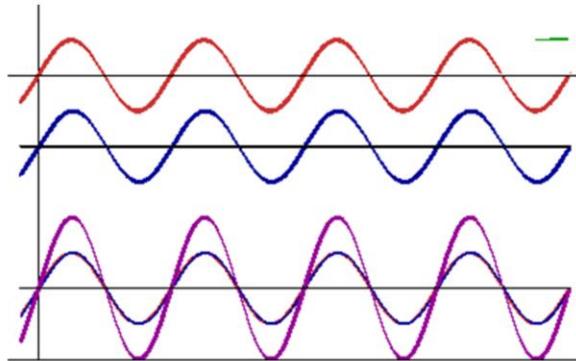
## VIBRACIJE

### - Slaganje kolinearnih sinhronih vibracija -

Primer dve vibracije istih amplituda i različitih faznih stavova:

$$z_1(t) = A_z \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$z_2(t) = A_z \cos(\omega t + \varphi_2)$$



BUKA I VIBRACIJE

## Pitanja za proveru znanja



1. Šta predstavljaju vibracije?
2. Koji su izvori vibracija?
3. Koje su komponente mehaničkog sistema?
4. Koje sile se javljaju pri vibracijama?
5. Kako nastaju vibracije?
6. Na koje klase se dele vibracije?
7. Koje su osnovne veličine vibracija?
8. Kako se objašnjava veličina nivo vibracija?
9. Koji su osnovni deskriptori signala vibracija?
10. Koji tipovi vibracija postoje?
11. Šta definišu stepeni slobode kretanja?
12. Koje su karakteristike harmonijskih vibracija?

**BUKA I VIBRACIJE**